THÈSES
DE
MATHÉMATIQUE,
QUI SERONT SOUTENUES
AU
SÉMINAIRE DE QUÉBEC,
VENDREDI, 26 MAI, depuis *neuf* heures jusqu'à Midi.

Par M. M. { BERNARD CLAUDE PANET,
CHARLES PERRAULT,
CHARLES CHAUVEAUX,

ÉTUDIANS *en* PHYSIQUE,
SOUS
Mr. THOMAS BEDARD DIACRE,
Professeur de PHILOSOPHIE.

A QUEBEC:
Chez GUILLAUME BROWN, derriere l'Egliſe Cathédrale.
M,DCC,LXXV.

NL
RARE BOOK Rm 140,442
LA RÉSERVE

THÈSES DE MATHÉMATIQUE.

LA Sçience des Mathématiques a pour objet toute grandeur, ou quantité en tant que meſurable. Les quantités continuës telles que l'étenduë ſont l'objet de la Géométrie. Les diſcrètes ou numériques ſont celui du calcul Arithmétique ou Algébrique.

De l'Arithmétique.

On eſt convenu que les chiffres augmenteroient en proportion décuple, allant de droite à gauche. De ce principe fondamental en dérivent toutes les regles. Par l'addition l'on a la ſomme de toutes les quantités, et par la ſouſtraction leurs differences. La Multiplication donne un produit qui contient autant de fois le multiplicande, que le multiplicateur l'unité. La diviſion donne un quotient autant de fois contenu dans le dividende que l'unité dans le diviſeur. D'où il ſuit que le diviſeur multiplié par le quotient rend le dividende. Nous exécuterons ces opérations quelque compoſées qu'en ſoient les quantités, et nous en demontrerons les principes. Le calcul des fractions éxige des opérations préliminaires qu'enſeigne l'Arithmétique raiſonnée. Réduire les fractions à un commun dénominateur, les entiers en fraction, les fractions en entier, chercher le plus grand commun diviſeur de deux nombres, ſont des opérations qui lui ſont familières; après leſquelles il n'eſt plus difficile d'additionner les fractions, de les ſouſtraire les unes des autres, de multiplier ou diviſer fraction par fraction, fraction par entier, entier par fraction. Le principe fondamental de ces opérations eſt que deux fractions ſont toujours en raiſon compoſée directe des numérateurs et inverſe des dénominateurs, et qu'une fraction reſte toujours la même, ſoit que l'on multiplie, ou que l'on diviſe ſon numérateur et ſon dénominateur par un même nombre.

De

De l'Algèbre.

L'Algèbre emploiant dans ſes opérations des caracteres plus indéterminés que ceux de l'Arithmétique, devient un calcul plus général et par conſéquent plus expéditif. Elle ſe ſert des lettres de l'Alphabet auxquelles elle fait ſignifier toutes les quantités qu'elle veut. Elle les additionne et les multiplie, ſouſtrait les unes des autres, et diviſe les unes par les autres avec une extrême célérité par le moien de certains ſignes de convention. Nous exécuteront toutes ces règles, et c'eſt ſurtout en nous ſervant de celles qu'elle preſcrit pour l'extraction des racines, que nous en extrairons de quarrées et de cubiques, ſoit qu'elles appartiennent à des nombres entiers ou fractionnaires.

Des Proportions.

Une proportion eſt l'égalité de deux raiſons, et comme il y a deux eſpèces de raiſon, l'Arithmétique, qui déſigne la différence d'une quantité à une autre, et la Géométrique qui déſigne le quotient de l'une par l'autre; il y aura auſſi la proportion Arithmétique et la Géométrique. Dans la proportion Arithmétique la ſomme des extrêmes eſt égale à celle des moiens. Dans la Géométrique le produit des extrêmes eſt égal à celui des moiens; et par conſequent une proportion Géométrique donnera toujours deux produits égaux et réciproquement. Si la proportion eſt continuë elle eſt appellée Progreſſion; il y regne par-tout une même différence, ſi elle eſt Arithmétique; et un même quotient, ſi elle eſt Géométrique. Dans la proportion Géométrique la ſomme des antécédents eſt à la ſomme des conſéquents, comme un ſeul antécédent eſt à ſon conſéquent. 2° Le premier terme eſt au troiſieme, comme le quarré du premier au quarré du ſecond. Pareillement le premier eſt au quatrieme, comme le cube du premier eſt au cube du ſecond. 3° Les ſommes, les différences, les produits, les puiſſances et les racines de même nom des termes immédiatement conſécutifs ſont eux-mêmes en proportion. Avec ces principes on forme des équations que le calcul analytique décompoſe par les règles les plus ſimples et les plus évidentes. C'eſt par ce moien que nous réſolverons les problêmes ſuivans, ou tous autres qui leur ſeroient analogues. Il ne s'y en trouve pas de plus haut que du ſecond dégré, mais on y en voit à une, deux, trois et même quatre inconnuës, d'autres ſur l'eſcompte, l'alliage, les progreſſions, &c.

Problêmes.

Problèmes.

A une inconnuë.

Quel eſt le nombre qui multiplié par 10 donne le tiers de ſon quarré ?

On a un certain nombre de Loüis, on ſçait ſeulement que la différence du tiers au cinquieme de ce nombre eſt 10. Quel eſt-il ?

Une armée aiant été défaite un ſixieme eſt reſté ſur le champ de bataille, 12000 hommes ont été faits priſonniers, et le tiers de l'armée a pris la fuite. De combien etoit l'armée ?

Un pere faiſant ſon teſtament veut que l'aîné de ſes fils reçoive 1000 Loüis et un ſeptieme du reſte, le ſecond 2000 et un ſeptieme du reſte, et ainſi des autres. On demande le nombre des enfans, la part de chacun, et le bien du pere ? On ſçait ſeulement que la part de chacun eſt égale.

Si l'on doubloit le nombre de mes écus, dit un homme, j'en donnerois 3. ce qui fut fait. On continua de même juſqu'à la troiſieme fois, et il ne lui reſta rien. Quel etoit le nombre de ſes écus ?

Quelle heure eſt-il ? demandoit quelqu'un à un Mathématicien, ce qui reſte du jour, repondit-il, eſt le cinquieme de ce qui s'eſt écoulé.

Un Capitaine interrogé combien il avoit de ſoldats, répondit : Si j'avois encore un tiers, un quart, un cinquiéme de plus que je n'en ai, et deux ſoldats, j'en aurois 323. Combien de ſoldats ?

A deux inconnuës.

Un pere aiant le triple de l'âge de ſon fils, s'en chagrinoit. Le fils pour le conſoler lui dit : Cher pere, attendez encore 20 ans, et vous n'aurez que le double de mon âge. Quel etoit l'âge de l'un et de l'autre ?

Un Général, pour récompenſer quelques grenadiers qui s'etoient bien comportés dans une affaire, a voulu leur donner cinq Loüis d'or à chacun ; en comptant ſon argent, il a trouvé qu'il lui en manquoit quatre ; mais en aiant donné quatre à chacun, il lui en a reſté ſix. Quel etoit le nombre de ſes grenadiers et celui de ſes Loüis ?

Deux hommes partent en même tems, l'un de *Québec* pour *Montréal*, l'autre de *Mont-réal* pour *Québec*, tous deux par le même chemin. Le premier fait 7 lieues en deux heures et le ſecond n'en fait que 5 pendant le même tems. A quelle diſtance de *Québec* et de *Mont-réal* ces deux hommes ſe rencontreront-ils ?

Un Arquebuſier a 20 coups à tirer, il donne 6^{ll} à chaque coup qu'il

manque le but, à condition qu'on lui en donnera 4 toutes les fois qu'il le frappera. Après avoir tiré ſes 20 coups il gagne 10ll. Combien de bons et de faux coups ?

La ſomme de deux nombres quelconques étant donnée avec leur différence trouver ces deux nombres.

A trois inconnuës.

Un Roi a trois armées, la premiere égale les deux autres et un ſeptième de plus ; la troiſieme eſt un quart des deux premieres, et ſi l'on ajoutoit à la ſeconde 30000 hommes, elle ſeroit la moitié des deux autres. Combien dans chaque ?

Un homme achete trois chevaux, le prix du premier avec la moitié du prix des deux autres égale 25 piſtoles. Celui du ſecond avec le tiers du prix des deux autres égale 26 piſtoles. Celui du troiſieme avec la moitié du prix des deux autres en égale 29. Combien coute chacun des trois chevaux.

On demande en combien de tems un reſervoir de 200 pieds cubes ſera rempli par trois tuïaux qui coulent enſemble, dont l'un rempliroit en deux jours 9 pieds cubes, et l'autre en trois jours 15 pieds cubes, et le dernier 19 pieds cubes en cinq jours.

A quatre inconnuës.

Quatre hommes trouvent une bourſe de Loüis : chacun en prend un nombre au hazard. Si le premier en prenoit 25 du ſecond, il auroit le double de ce qui reſteroit au ſecond. Si le ſecond en prenoit 30 de ce qui revient au troiſieme, il en auroit le triple de ce qui reſteroit au troiſieme. Si le troſieme en prenoit 40 du quatrieme, il auroit le double de ce qui reſteroit au quatrieme. Enfin ſi le quatrieme en avoit 50 de plus, il en auroit le triple de de ce qu'a le premier et 5 de plus. Combien chacun en a-t-il pris ?

Sur les Progreſſions Arithmétiques deſcendantes.

Un homme a reçu une ſomme de 600 Loüis en ſix jours. Il n'en a reçu que 20 le dernier jour. On demande combien il en a reçu le premier jour, les aiant reçu en progreſſion Arithmétique deſcendante.

Sur les Progreſſions Arithmétiques aſcendantes.

Un Marchand a mis à la tontine un billet, qui la premiere année lui a donné cinq livres, la ſeconde 65ll et chaque année ſuivante 60ll plus que la précédente. Combien lui a donné la douzième année, et le revenu de toutes enſemble ?

Sur

Sur les Progreſſions Géométriques aſcendantes.

Une perſonne veut faire ferrer ſon cheval, on lui demande un denier pour le premier clou, deux pour le ſecond, et ainſi de ſuite en progreſſion Géométrique juſqu' au vingt-quatrieme clou. On voudroit ſçavoir, combien lui coutera le vingt-quatrieme clou, et combien coutera le tout?

Sur les Progreſſions Géométriques deſcendantes.

Un homme fait le Lundi 640 pas, le Mardi 320, et ainſi de ſuite en progreſſion Géométrique. Quelle eſt la ſomme des pas qu'il fait juſqu'au Dimanche, où il ne fait que 10 pas?

Du ſecond Dégré.

Un oncle dit à un neveu, j'ai dans ma main un certain nombre d'écus; je te les donnerai ſi tu devine combien il y en a. Le quarré de ce nombre moins 4 fois ce nombre égale 5.

Lorſqu'on demandoit à un principal de collége, combien il avoit d'écoliers dans les trois claſſes qu'il avoit ſous ſa direction, il répondit: Les trois forment une progreſſion Géométrique deſcendante. Leur ſomme égale 74, et la ſomme des trois quarrés de ces mêmes nombres égale 1924. On demande combien il y avoit d'écoliers dans chacune de ces trois claſſes?

Un Marchand ſe vante qu'il jouiroit de 399000000 ſi l'on ſouſtraioit 50 fois le nombre qui exprime ſes facultés du quarré de ce même nombre. Eſt-il auſſi riche qu'il paroit l'être.

D'Alliage.

Un Orfêve a trois lingots d'or; le premier à 23 karats, le ſecond à 21, le troiſieme à 18. Que faut-il prendre de chacun pour en compoſer un de neuf marcs à 22 karats?

Hiéron, Roi de Syracuſe, fournit à un orfêvre un lingot d'or pour lui faire une couronne de même poids que le lingot; content de la beauté de l'ouvrage, le Roi ſuſpecte quelque mélange d'argent. On demande comment convaincre l'ouvrier de tromperie ſans endommager la couronne, et quelle eſt la quantité de l'alliage?

D'Eſcompte directe

On achete pour 7650 livres de marchandiſes à un an de crédit. Le vendeur propoſe d'en rabattre ſept et deux tiers pour cent par an, quand on voudra en anticiper le paiement. L'acheteur vient au bout de cinq mois pour s'acquitter. Quel eſcompte doit on lui faire?

D'eſcompte

D'eſcompte inverſe.

Un Marchand aiant pris pour 7183 livres de marchandiſes à un an de crédit. Le créancier lui propoſe une remiſe de 653 livres à condition qu'il paiera ſur le champ. On demande à combien ira l'interêt pour 100 par an ?

De la Géométrie.

Des lignes, des angles, et des triangles.

Il eſt de convention que toute circonférence de cercle ſe diviſe dans 360 dégrés, ou parties égales, et qu'un angle qui a ſon ſommet au centre a pour meſure les dégrés compris entre ſes côtés. De-là ſuit qu'une ligne droite, tombant ſur une autre ligne droite, forme deux angles dont la ſomme égale deux droits, et que les angles oppoſés au ſommet ſont égaux Si cette droite traverſe deux parallèles, elle formera ſur la ſeconde les mêmes angles que ſur la premiere. Donc les angles correſpondans, alternes internes, alternes externes, ſont reſpectivement égaux. Donc l'angle extérieur formé par le prolongement d'un des côtés d'un triangle eſt égale aux deux angles intérieurs oppoſés. D'où ſuit encore que les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits, que l'angle dont le ſommet eſt à la circonférence a pour meſure la moitié de l'arc intercepté entre ſes cotés. Deux triangles ſont égaux, quand ils ont tous leurs côtés homologues égaux, ou sils ont de part et d'autre deux angles égaux et les côtés compris, ou deux côtés égaux et l'angle compris, &c. Donc dans tout triangle les angles égaux ſont oppoſés à des cotés égaux ; le plus grand angle au plus grand côté et réciproquement. Donc ſi du ſommet d'un triangle iſocèle inſcrit on mène une perpendiculaire ſur la baſe, elle diviſera en deux également l'angle, la corde qui ſert de baſe, et l'arc ſoutenu par la corde.

Des ſurfaces et lignes proportionelles.

La ſurface d'une parallèlogramme, ſoit qu'il ſoit oblique ou rectangle, eſt égale au produit de ſa baſe par ſa hauteur, celle du triangle en ſera la moitié, et comme toute figure peut ſe réduire en triangles, elles ſeront entr'elles comme le produit de leurs dimenſions. Donc ſi les baſes ſont égales de part et d'autre, les ſurfaces ſeront comme les hauteurs et réciproquement. D'où il ſuit qu'une ligne parallèle à la baſe d'un triangle coupe les côtés de ce triangle en parties proportionelles ; qu'une ligne qui diviſe un angle en deux également donne des ſegmens ſur le côté oppoſé proportionels aux côtés correſpondans ; et que les triangles équiangles ont

leurs

leurs côtés homologues proportionels. Donc ſi deux cordes ſe coupent dans un cercle, les parties de l'une ſeront réciproquement proportionelles aux parties de l'autre; donc la moitié d'une corde perpendiculaire à un diamètre eſt moienne proportionelle entre les ſegmens de ce diamètre; il ſuit auſſi que ſi deux ſécantes extérieures partent d'un même point et vont ſe terminer à la partie concave du cercle, les parties extérieures de ces ſécantes ſeront réciproquement proportionelles aux ſécantes entieres; donc ſi l'une d'elles devenoit tangente, elle ſeroit moienne proportionelle entre la ſécante entiere et ſa partie extérieure; donc il ſera facile de couper une ligne en moienne et extrême raiſon, et ſi cette ligne eſt raïon d'un cercle, ſa médiane ſera le côté du décagone inſcriptible au même cercle. Si de l'angle droit d'un triangle rectangle on abaiſſe une perpendiculaire ſur *l'hypothénuſe*. 1° Cette perpendiculaire ſera moyenne proportionelle entre les deux ſegmens de *l'hypothénuſe*. 2° Chacun des autres côtés ſera moyen proportionnel entre *l'hypothénuſe* entière et le ſegment qui lui correſpond; d'où ſuit cette célébre conſéquence, qui eſt elle même le principe de tant d'autres, que le quarré fait ſur *l'hypothénuſe* eſt égal à la ſomme des quarrés faits ſur les deux autres côtés. Enfin il ſuit de ces principes, que dans les figures ſemblables, toutes lignes ſemblablement tirées ſont proportionelles.

Des Solides.

Tout ſolide a pour ſurface une figure développée que l'on peut toujours évaluer. La ſurface convêxe du priſme et du cilindre eſt égale au produit de ſon axe par le périmetre de ſa baſe; celle de la piramide ou du cone droit, au produit du périmètre de la baſe par la moitié de l'Apothême, celle de la ſphere au produit de ſon axe par la circonférence de ſon grand cercle, d'où on peut conclure que la ſurface de la ſphere eſt quadruple de celle de ſon grand cercle; qu'elle eſt égale à la ſurface convexe du cilindre qui lui eſt circonſcrit, et qu'elle eſt à la ſurface totale du même cilindre dans le raport de 2 à 3. Enfin les ſurfaces des corps ſemblables ſont entr'elles comme les quarrés de leurs dimenſions homologues. La ſolidité du cube, du parallélipipéde, du priſme et du cilindre eſt égale au produit de leur hauteur par la ſurface de leur baſe. Donc celle de la piramide en eſt le tiers; donc la ſolidité de la ſphere eſt le tiers du produit de ſa ſurface par ſon rayon, et par conſéquent eſt à la ſolidité du cilindre qui lui eſt circonſcrit comme 2 eſt à 3. De-là ſuit que deux priſmes, deux cilindres, deux cones, deux piramides de même baſe et de même hauteur, ſoit qu'ils

ſoient

ſoient droits ou obliques ſont égaux en ſolidité. Donc les ſolidités des corps ſemblables ſont comme les cubes de leurs dimenſions homologues.

De la Géométrie practique.

La Géométrie pratique apprend à faire ſur le papier et le terrein les opérations dont la Géométrie ſpéculative donne la théorie. Mener dans tous les cas des perpendiculaires, tirer toutes ſortes de parralléles, déterminer la valeur d'un angle même inacceſſible, tel que celui d'un baſtion qu'on attaque, dreſſer contre lui des batteries de telle ſorte qu'elles faſſent le plus grand effet poſſible; déterminer la longueur des échelles pour l'eſcalader, &c. diviſer une ligne droite en autant de parties égales que l'on voudra, ou en parties ſemblables ou proportionnelles. Diviſer un arc de cercle, ou un angle en deux également. Trouver le centre d'une circonférence, en achever une déja commencée; en faire paſſer une par trois points pourvu qu'ils ne ſoient pas en ligne droite. Mener une ou pluſieurs tangentes même communes à deux cercles de differens diamètres. Prolonger une ligne malgré un objet impénétrable. Frapper une bille par une, deux, trois et même quatre bricolles. Faire ſous un angle et une ligne donnés un parallélogramme égal à un autre parallélogramme ou à un triangle quelconque. Diviſer un cercle en ſes 360 dégrés. Conſtruire, inſcrire, circonſcrire un cercle, un triangle équilatéral, un quarré, un pentagone, un héxagone, ou tout autre poligone régulier. Reduire une figure de grande en petite, ou de petite en grande. Partager un terrein quelqu'irregulier qu'il ſoit entre des heritiers de toutes les manieres que l'on voudra. Meſurer la ſurface d'un quarré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un cercle et de tout autre polygone régulier ou irrégulier. Trouver une ligne moyenne, troiſieme, quatrieme proportionnelle. Trouver le rapport du côté du décagone inſcrit, au rayon du cercle circonſcrit; et par une ſeule conſtruction celui du decagone et du pentagone inſcriptible au même cercle. Lever la carte d'un païs. En un mot éxécuter toutes les opérations de l'arpentage. Déterminer la ſurface et la ſolidité d'un cube donné, d'un priſme, d'un cilindre, d'une piramide, d'un cône, d'un cône tronqué, d'une ſphere, &c. Voila les opérations communes de la Géométrie élémentaire.

De la Trigonométrie.

La Trigonométrie eſt l'art de reſoudre les triangles par le moyen des ſinus, tangentes et ſécantes; cette ſçience auſſi ingénieuſe dans ſon invention,

tion, qu'étendue et expéditive dans ſon uſage, n'a qu'un petit nombre de principes ſur leſquels eſt fondée ſa théorie. Premierement dans tout triangle les ſinus des angles ſont proportionnels aux côtés oppoſés à ces angles. D'où ſuit que dans tout triangle rectangle, le ſinus total eſt à la tangente des de l'un ou l'autre des angles aigus comme le côté adjacent à cet angle eſt au côté oppoſé au même angle. 2° Dans tout triangle ſcalène ſi du plus grand angle on abaiſſe une perpendiculaire ſur le côté oppoſé, ce plus grand côté ſera à la ſomme des deux autres, comme la différence de ces côtés, eſt à la différence des ſegmens formés par la perpendiculaire. 3° Dans tout triangle ſcalène la ſomme de deux côtés quelconques eſt à leur différence comme la tangente de la demie ſomme des angles oppoſés à ces côtés eſt à la tangente de la demie différence de ces mêmes angles. Cette théorie ſuppoſe les tables des ſinus, tangentes et ſecantes dont nous développerons la conſtruction. Comme le calcul par les ſinus, tangentes et ſécantes eſt long, on y a ſubſtitué celui de leurs *logarithmes*, dont l'avantage eſt que l'addition tient lieu de multiplication, et la ſouſtraction de diviſion. Cette admirable méthode, fruit du profond genie du Baron de Nepper Ecoſſois, eſt fondée ſur les principes les plus ſimples que nous développerons et dont nous ferons voir les conſequences. Avec ces principes et ces moyens, il n'eſt plus difficile de réſoudre un triangle dont on connoit deux côtés et un angle oppoſé à l'un de ces côtés, ou deux angles et un côté, ou les trois côtés, ou deux côtés et l'angle compris. De là ſuit la maniere aiſée de meſurer une hauteur perpendiculaire, comme celle d'une tour ou oblique, comme celle d'une montagne, ſoit que l'un ou l'autre objet ſoit acceſſible par le pied, ou non. De là encore la maniere de meſurer la largeur d'une riviere, ou de deux objets inacceſſibles. De là celle de meſurer la diſtance d'un aſtre, par exemple de la lune, à la terre; ou enfin de lever une carte Géographique.

F I N I S.